

- **ПСИХОЛОГИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ.**
Тренировка терпения, геометрического
воображения и умения мыслить логически

СОБРАТЬ КУБИК? ЭТО НЕСЛОЖНО!

Головоломка «Кубик Рубика» («Волшебный кубик», «Венгерский кубик» и даже просто «Рубик») привлекла внимание, как говорится, «всех групп населения» и получила широчайшее распространение. О достоинствах этой замечательной головоломки, в которую с удовольствием стали играть и школьники и академики, находя в ней достоинства, сообразные уровню учености, образования и склонности к исследованиям, мы уже писали (см. «Наука и жизнь» № 3, 1981 г. и № 2, 1982 г.) и даже приводили методы решения.

Но читательская почта заставляет нас вновь вернуться к опубликованным материалам. И не только к задачам-пасьянсам на кубике, ответов на которые мы еще не давали, но и к методу сборки.

Мы не будем касаться ни математической теории групп, ни квантовой физики, для определенных разделов которых кубик Рубика служит оригинальным наглядным пособием. Попытаемся рассказать о том, как привести в порядок перепутанный кубик, и тем читателям и читательницам, которые весьма и весьма далеки от математики и от физики вообще. Возможно, будет и некоторая польза в самообразовании, в расширении кругозора: ведь здесь придется познакомиться и с математическими символами и с чертежами, хотя и очень простыми. Надеемся, что желание собрать кубик пересилит их нелюбовь к точным наукам.

Поэтому мы заранее просим прощения у более подготовленных читателей за «излишние» подробности в описании: уж очень много пришло писем с просьбой «рассказать так, чтобы было понятно всем, всем...».

Прежде всего напомним принятую в журнале систему обозначений. Грани куба обозначаются буквами Ф, Т, П, Л, В, Н—начальными буквами слов фасад, тыл, правая, левая, верх, низ. Какую грань куба посчитать фасадной — синюю, зеленую и т. п.—зависит от вас и от получившейся ситуации. В процессе сборки вам придется несколько раз принимать за фасадную ту или иную грань, удобную для данного случая. Центральные кубики определяют цвет грани, то есть можно сказать, что даже в полностью перепутанном кубике центральные кубики уже подобраны и к каждому из них остается присоединить по 8 кубиков того же цвета. Центральные кубики обозначаются одной буквой: *ф, л, в, т, п, н*.

- **НА ВОПРОСЫ ЧИТАТЕЛЕЙ**

104

Реберные кубики (их 12 штук) принадлежат двум граням и обозначаются двумя буквами, например *фл, пв, фн* и т. д.

Угловые кубики — тремя буквами по наименованию граней, например, *флв, флн* и т. д.

Прописными буквами Ф, Т, П, Л, В, Н обозначаются элементарные операции поворота соответствующей грани (слоя, ломтика) куба на 90° по часовой стрелке. Обозначения Ф', Т', П', Л', В', Н' соответствуют повороту граней на 90° против часовой стрелки. Обозначения Ф'', П'' и т. д. говорят о двойном повороте соответствующей грани ($\Phi'' = \Phi\Phi$).

Буквой С обозначают поворот среднего слоя. Подстрочный индекс показывает, со стороны какой грани следует проделать этот поворот. Например S_n —со стороны правой грани, S_n' —со стороны нижней, S_n'' —со стороны левой, против часовой стрелки и т. д. Буква О—поворот (оборот) всего куба. O_b —со стороны фасадной грани по часовой стрелке и т. д.

Запись процесса (Ф' П') Н² (ПФ) означает: повернуть фасадную грань против часовой стрелки на 90° , то же—правую грань, повернуть нижнюю грань дважды (то есть на 180°), повернуть правую грань на 90° по часовой стрелке, повернуть фасадную грань.

Наряду с буквенной записью процессов применяется и матричная форма записи, где элементарные операции изображаются рисунком фасадной грани с соответствующими стрелками, обозначающими направления поворотов соответствующей грани (см. рис. на стр. 105).

Теперь перейдем собственно к сборке куба. Есть несколько разных систем, но нам больше всего нравится последняя сборка, когда собирают сначала один слой, затем второй и, наконец, третий. Всего получается семь этапов.

Первый этап. Крест верхней грани. Нужный кубик опускается вниз поворотом соответствующей боковой грани (П, Т, Л) и выводится на фасадную грань операцией Н, Н' или Н''. Заканчивается операция выведения зеркальным поворотом (обратным) той же боковой грани, восстанавливающим первоначальное положение затронутого реберного кубика верхнего слоя. После этого проводится операция *а)* или *б)* первого этапа. В случае *а)* кубик вышел на фасадную грань так, что цвет его передней грани совпадает с цветом фасада. В случае *б)* кубик надо не только переместить вверх, но и развернуть его, чтобы он был правильно ориентирован.

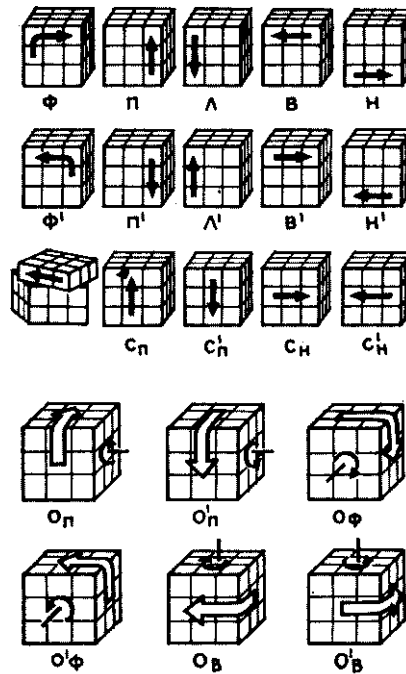
тирован, став на свое место. На рисунках Точками отмечено место, на которое должен встать нужный кубик, выведенный предварительно на фасад нижней грани. Результат: собран крест верхней грани.

Второй этап. Отыскивается нужный угловой кубик (имеющий цвета граней Ф, В, Л) и тем же приемом, который описан для первого этапа, выводится в левый угол избранной вами фасадной грани. Здесь могут быть три случая ориентации этого кубика. Сравните свой случай с рисунком и примените одну из операций второго этапа *a*, *b* или *в*. Точками отмечено место, на которое должен стать нужный вам кубик. Отыщите на кубе остальные три угловых кубика и повторите описанный прием для перемещения их на свои места верхней грани. Результат: верхний слой подобран. Первые два этапа почти ни у кого не вызывают затруднений: довольно легко можно следить за своими действиями, так как все внимание обращено на один слой, а что делается в двух оставшихся — совсем неважно.

Третий этап. Пояс. Процессы, приведенные на рисунках, легко запоминаются, если применить мнемоническое правило. Для перемещения кубика, выведенного на фасадную грань, налево начало процесса совпадает с начальными буквами НЛ — НаЛево, а направо с начальными буквами НаПраво. И здесь, как вы видите, нужный кубик отыскивается и сначала выводится вниз на фасадную грань. Если он внизу — простым поворотом нижней грани до совпадения с цветом фасада, а если он в среднем поясе, то его нужно сначала опустить вниз любой из операций *a*) или *б*), а потом совместить по цвету с цветом фасадной грани и проделать операцию третьего этапа *a*) или *б*). Результат: собрано два слоя.

Четвертый этап. Крест нижней грани. К цели приводят операции, перемещающие бортовые кубики одной грани, не нарушающие в конечном счете порядка в собранных слоях. Один из процессов, позволяющий подобрать все бортовые кубики грани, дан на рисунке. Там же показано и что происходит при этом с другими кубиками грани. Повторяя процесс, выбрав другую фасадную грань, можно поставить на место все четыре кубика. Результат: реберные кубики стоят на своих местах, но, как правило, два из них неверно ориентированы.

Пятый этап. Ориентирование двух бортовых кубиков по Д. Конвею. Очень простой, легко запоминающийся процесс, но именно здесь у некоторых читателей возникли трудности. Здесь следует учесть: разворачиваемый кубик должен быть на правой грани, на рисунке он помечен стрелками. На рисунках *a*, *б*, и *в* представлены возможные случаи расположения неверно ориентированных кубиков (помечены точками). Используя общую формулу в случае *a*, требуется выполнить промежуточный поворот В, чтобы вывести второй кубик на правую грань, а в случаях *б* и *в* соответственно В' и В".



Многих смущало то, что после первой части процесса (ПС_н)⁴ нужный кубик разворачивался как надо, но порядок в собранных слоях нарушался. Это сбивало с толку и заставляло бросать на полпути почти собранный куб. Выполнив промежуточный поворот, не обращая внимания на поломку нижних слоев, проделайте операции (ПС_н)⁴ второй части процесса, и все станет на свои места. Результат: собран крест.

Шестой этап. Углы последней грани возможно поставить на свои места, используя не 22-ходовый процесс, описанный в № 2, 1982 года, а 8-ходовый, удобный для запоминания, — прямой, переставляющий три угловых кубика в направлении по часовой стрелке, и обратный, переставляющий три кубика в направлении против часовой стрелки.

После пятого этапа, как правило, хотя бы один кубик да сядет на свое место, пусть и неправильно ориентированно. Поверните куб так, чтобы этот кубик оказался в левом дальнем углу, и повторите процесс еще раз два, пока все кубики не станут на свои места. Результат: все угловые кубики заняли свои места, но два из них (а может, и четыре) ориентированы неправильно.

Седьмой этап. Ориентация угловых кубиков последней грани. Процесс тоже очень легко запомнить — это многократно повторяемая последовательность поворотов ПФ' П'Ф.

Поверните куб так, чтобы кубик, который вы хотите развернуть, был в правом верхнем углу фасада. 8-ходовый процесс (2x4

ТАБЛИЦЫ ПОЭТАПНОЙ

1

результат: собран крест верхней грани

2

результат: подобран верхний слой

3

результат: собрано два слоя

4 остаются на месте

(BFB) B (P'B'F')

B F P B P' B' F'

5

результат: собран крест последнего слоя

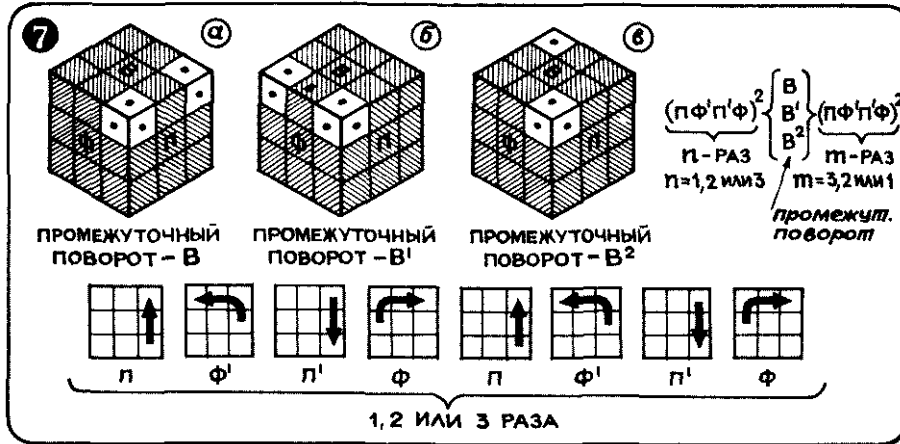
(PSN)⁴ { B, B', B² } (PSN)⁴

для случая a - поворот B
для б - B'
для в - B²

6 остается на месте

(P' F' L' F) (P F L F)

(F' L' F P') (F L F P)



хода) повернет его на $\frac{1}{3}$ оборота по часовой стрелке. Если при этом кубик еще не сориентировался, повторите 8-ходовку еще раз (в формуле это отражено индексом «п»).

Не обращайте внимания на то, что нижние слои при этом придут в беспорядок: ситуация аналогична проделанной на пятом этапе, она тоже парная, разбивается на две идентичные половинки с промежуточной операцией поворота верхней грани. Выполнение правой части процесса автоматически приводит в порядок нарушенную гармонию.

На рисунке показаны три случая расположения «плохих» кубиков (они помечены точками). В случае а требуется промежуточ-

ный поворот В, а в случае б — поворот В' и в случае в — поворот В². Результат: последняя грань собрана.

Теперь остается лишь повернуть ее, и все — куб собран, хлопайте в ладошки!

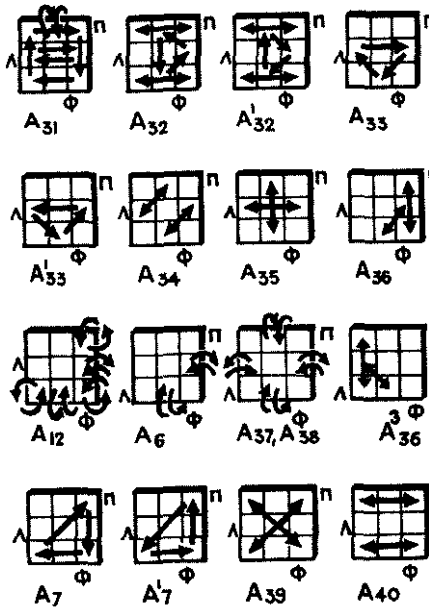
В прошлом году (см. «Наука и жизнь» № 2, 1982 г.) читателям было предложено разработать алгоритмы сборки последней грани куба для каких-либо конкретных случаев. Обязательным условием здесь было то, что собранные слои не должны (в конечном счете) разрушаться.

Редакция получила много ответов с описанием таких процессов. Отрадно, что читатели нашли интересные формулы самостоятельно, не ведая, что они повторили открытия знаменитых «кубологов-теоретиков»: Д. Конвея, Э. Рубика, М. Тэйстлеуайта, Д. Сингмайстера, Р. Уолкера, Д. Пенроуза и других первопроходцев темы «Кубик Рубика».

Кто-то из математиков сказал, что кубик требует от каждого занимающегося им почти научных открытий: каждый должен определить для себя «область исследований», «спланировать эксперименты», «найти принципы», «построить теорию», проверить ее с учетом возможности отказа от нее и, наконец, «выпустить научный труд» в виде записи ходов интересного образца.

Приведем здесь формулы некоторых процессов, которые могут оказаться полезными для ускорения сборки куба, особенно на последних этапах. Чтобы имелась возможность сравнить процессы с опубликованными ранее, мы продолжим сквозную нумерацию: алгоритмы А₁ — А₃₀ были опубликованы ранее.

На четвертом этапе можно использовать процесс А₃₁, переставляющий два противоположных бортовых кубика и переворачивающий кубик позади. Кубик фв (впереди) остается нетронутым. Угловые кубики при этом перемещаются по часовой стрелке. ПФВ·П'В'Ф'·В'·ФПВ·П'В'Ф' . . . А₃₁
Процесс А₃₂ переставляет три бортовых кубика против часовой стрелки, обратный (А'₃₂) — по стрелке часов. Кубик вл оста-



ется на месте. Угловые кубики меняются местами попарно.

$$\begin{aligned} \text{ФПВ} \cdot \text{П'В'Ф}' & \dots\dots\dots \text{A}_{32} \\ \text{ФВП} \cdot \text{В'П'Ф}' & \dots\dots\dots \text{A}'_{32} \end{aligned}$$

Процесс A_{33} переставляет три кубика по часовой стрелке, не переворачивая их (не меняя цвета верхней грани). A_{33} — против стрелки часов. Все остальные кубики остаются на месте.

$$\begin{aligned} \text{Ф}^2\text{ВС}_n\text{В}^2\text{С}'_n\text{ВФ}^2 & \dots\dots\dots \text{A}_{33} \\ \text{Ф}^2\text{ВС}'_n\text{В}^2\text{С}_n\text{ВФ}^2 & \dots\dots\dots \text{A}'_{33} \end{aligned}$$

Алгоритм A_{34} служит для обмена местами двух пар соседних кубиков грани, не переворачивая их.

$$\text{С}^2_\phi\text{НС}^2_\phi\text{НС}'_\phi\text{С}^2_\phi\text{С}_\phi \dots\dots \text{A}_{34}$$

Процесс A_{35} делает то же самое с противоположащими кубиками.

$$\text{С}^2_n\text{ВС}^2_n\text{В}^2\text{С}^2_n\text{ВС}^2_n \dots\dots \text{A}_{35}$$

Процесс М. Тэйстлеуайта (A_{36}) переставляет два соседних бортовых кубика и одновременно два угловых согласно схеме, не меняя цвета грани.

$$\text{ПВ}^2\text{П'В'ПВ}^2\text{Л'В'П'В'Л} \dots\dots \text{A}_{36}$$

Такое же действие производит зеркальный процесс A_{36} :

$$\text{Л'В}^2\text{Л'В'Л'В}^2\text{П'В'Л'В'П}' \dots\dots \text{A}'_{36}$$

Для разворота бортовых и угловых кубиков последней грани иногда хорош алгоритм Д. Бенсона. (A_{12}) — по часовой стрелке и (A_{12}) против.

$$\begin{aligned} \text{ФВФ}^2 \cdot \text{ЛФЛ}^2 \cdot \text{ВЛВ}^2 & \dots\dots \text{A}_{12} \\ \text{ВЛВ}^2 \cdot \text{Л'В'Л'В}^2 \cdot \text{П'В'П'В}^2 & \dots\dots \text{A}'_{12} \end{aligned}$$

Если процесс проделать дважды, то вернутся только угловые кубики. Знак разворота при этом изменится на обратный. Для разворота сразу двух соседних бортовых кубиков можно использовать алгоритм М. Тэйстлеуайта A_6 .

$$\text{П}^2\text{Ф}^2\text{П}^2\text{Ф}^2\text{ПВ}^2\text{П'В'ПВ}^2\text{Ф}^2\text{В'Ф}' \dots\dots \text{A}_6$$

Одновременный разворот четырех бортовых кубиков дает алгоритм Х. Красса (A_{37}).

$$(\text{Ф}^2\text{С}'_n\text{Ф}^2\text{С}^2_n)\text{В}'(\text{С}^2_n\text{Ф}^2\text{С}_n\text{Ф}^2)\text{В} \dots\dots \text{A}_{37}$$

Тот же результат дает процесс A_{38} —

$$(\text{ВС}_n)^4 \cdot \text{В}^2 \cdot (\text{ВС}_n)^4 \text{В}^2 \dots\dots \text{A}_{38}$$

Для перемещения трех угловых кубиков с разворотом двух из них применяют описанный для шестого этапа сборки алгоритм Р. Пенроуза (A_7).

$$\begin{aligned} \text{П'Ф'Л'Ф} \cdot \text{ПФ'ЛФ} & \dots\dots \text{A}_7 \\ \text{Ф'Л'ФП}' \cdot \text{Ф'Л'ФП} & \dots\dots \text{A}'_7 \end{aligned}$$

Перемещение трех угловых кубиков с разворотом всех трех дает 22-ходовка (для шестого этапа), описанная в № 2, 1982 г. Но без нее можно обойтись, пользуясь алгоритмом A_7 .

Попарное перемещение угловых кубиков крест-накрест производится процессом Р. Уолкера. Цвет грани не меняется, то есть кубики не переворачиваются.

$$(\text{С}^2_n\text{ВС}^2_n\text{В}^2)^2 \dots\dots\dots \text{A}_{39}$$

Параллельный обмен угловых кубиков дает алгоритм A_{40} .

$$(\text{П'Н'Ф'Н}^2\text{Ф'Н'ПВ}^2)^2 \dots\dots \text{A}_{40}$$

Ответы на задачи, опубликованные в № 2, 1982 г., и некоторые интересные конфигурации (см. 4-ю стр. обложки).

Сравнивая, какой алгоритм короче, учитывают число ходов. Теперь принято считать одним ходом любой поворот: и на 90° и на 180° . Так, «Ослиный мостик» получают за три хода (три двойных поворота среднего слоя), точки — за 4 хода и т. д.

В результате некоторых операций центральные кубики уходят со своего места — куб меняет ориентацию. Но как известно, цвет грани принято определять по цвету центрального кубика. Чтобы в конце задачи ориентация всего куба была такой же, как и вначале, вводятся операции поворота всего куба O_ϕ , O_n , O_v и т. п. (см. рис. на стр. 105). Каждая такая операция также считается одним ходом.

Первоначальная ориентация куба: верх — синий, фасад — красный, справа — зеленый, слева — желтый, низ — белый, тыл — оранжевый.

Ослиный мостик (шахматный кубик 2-го порядка) ($\text{№} 4$) — $\text{С}^2_n\text{С}^2_n\text{С}^2_\phi$.

Точки — $\text{С}'_n\text{С}'_n\text{С}_n\text{С}_n$
Крест Кристмана ($\text{№} 2$) — $\text{П}'(\text{С}^2_n\text{С}^2_\phi\text{В}^2\text{С}^2_n\text{С}^2_\phi\text{Н}^2)\text{П}$

Крест Пламмера ($\text{№} 3$) — $\text{O}^2_\phi[\text{O}_\phi(\text{В}^2\text{С}^2_n\text{В}^2\text{С}^2_n\text{В}^2\text{С}^2_\phi\text{Н}^2\text{С}^2_\phi)]^2$.

Шахматный кубик 3-го порядка ($\text{№} 5$) — $[(\text{С}^2_\phi\text{НС}^2_\phi\text{В}^2\text{С}^2_n\text{В}^2\text{С}^2_n\text{В}^2)\text{O}'_\phi]^2 \cdot \text{O}^2_\phi \cdot (\text{С}'_n\text{С}'_n\text{С}_n\text{С}_n) \cdot \text{O}_n\text{O}_v \cdot \text{С}^2_n\text{С}^2_\phi\text{С}^2_n$.

Эта фигура представляет собой сочетание фигур «Крест Пламмера» и «Точки».

Шахматный кубик 6-го порядка — сочетание алгоритмов шахматного кубика 3-го порядка и «Ослиного мостика» ($\text{№} 6$) — $[(\text{С}^2_\phi\text{НС}^2_\phi\text{В}^2\text{С}^2_n\text{В}^2\text{О}'_n\text{В}^2)\text{O}'_\phi]^2 \cdot \text{O}^2_\phi \cdot \text{С}'_n\text{С}'_n\text{С}_n\text{С}_n \cdot \text{O}_n\text{O}_v \cdot \text{С}^2_n\text{С}^2_\phi\text{С}^2_n$

Фигура «6Н» ($\text{№} 7$) — $\text{Н}^2\text{С}_n\text{С}^2_\phi\text{С}_n\text{В}^2 \cdot \text{O}^2_\phi$
Фигура «6 минусов» ($\text{№} 8$) — $\text{П}^2\text{Ф}^2\text{С}^2_n\text{П}^2\text{Л}^2\text{O}^2_n \cdot \text{С}_n\text{O}'_n$.

6 флагов ($\text{№} 9$) — $\text{В}^2\text{Т}^2\text{Л}^2\text{ВС}^2_n\text{В}^2\text{П}^2\text{Ф}^2$
 $\text{НФТПС}_n\text{ПТ}'\text{П}'\text{С}_n\text{П}'\text{С}'_n\text{П}'\text{Ф}'\text{Т}'\text{П}'\text{Т}'\text{Ф}'\text{С}_\phi$
 O_ϕO_v (Г. Галл).

Мезон («кварк — антикварк») ($\text{№} 10$)
 $\text{Л}^2 \cdot \text{П}'\text{Н}'\text{П}' \cdot \text{Ф}'\text{Н}'\text{Ф}' \cdot \text{В}' \cdot \text{Ф}'\text{Н}'\text{Ф}' \cdot \text{П}'\text{Н}'\text{П}' \cdot \text{В} \cdot \text{Л}^2$.

Гигантский мезон — $\text{Ф}'\text{В}'\text{Т}'\text{В}'\text{Т}'\text{В}'\text{П}'\text{В}'\text{П}'\text{Ф}' \cdot \text{Т}'\text{Н}'\text{Ф}'\text{Н}'\text{Ф}'\text{Н}'\text{Л}'\text{Н}'\text{Л}'\text{П}'$ (Д. Сингмайстер).

Гигантский мезон с вишнями ($\text{№} 11$) — $\text{П}'\text{В}'\text{Т}'\text{Н}'\text{Т}'\text{С}'_n\text{Т}'\text{С}'_n\text{Т}'\text{В}'\text{Н}'\text{Т}' \cdot \text{Л}'\text{Н}'\text{Т}'\text{В}'\text{Ф}'\text{С}_n\text{Ф}'\text{С}'_n\text{Ф}'\text{Н}'\text{Л}' \cdot \text{С}'_n\text{С}'_n\text{С}_n\text{С}_n$

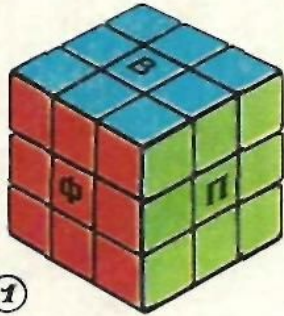
Глобус ($\text{№} 12$) — (ФТЛП)²ЛП. Фигура, придуманная Д. Максвеллом, представляет собой «глобус», на котором расположены 54 страны, и ни одна из них не соприкасается протяженными границами со страной, совпадающей по цвету на глобусе.

И. Константинов.

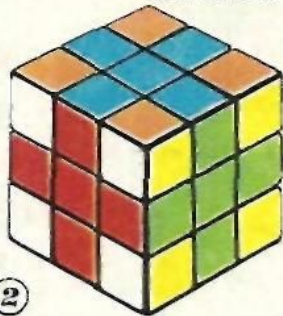
Редакция благодарит И. Белова (г. Москва), В. Гаврилец (г. Калинин), М. Ганшина (г. Москва), В. Турина (г. Севастополь), А. Евсюкова (г. Калининград), И. Индиксона (г. Рига), Е. Клиссанича (г. Ленинград), Ю. и Д. Кошелевых (г. Москва), А. Кура (г. Ленинград), Р. Терехова (г. Уфа), А. Чувасова (г. Тула) и других читателей, приславших интересные сообщения о придуманных ими алгоритмах сборки кубика и решивших предложенные задачи пазьянсы.

ПАСЬЯНСЫ НА КУБИКЕ

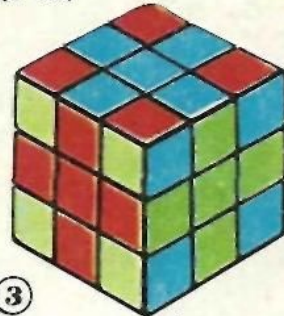
(см. статью на стр. 104)



① Ориентация Кубика



② Крест Криетлиана



③ Крест Тлаллиера



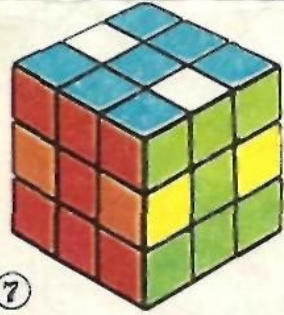
④ „Ослиный листик“
(шахм. кубик 2^{го} порядка)



⑤ Шахматный кубик
3^{го} порядка



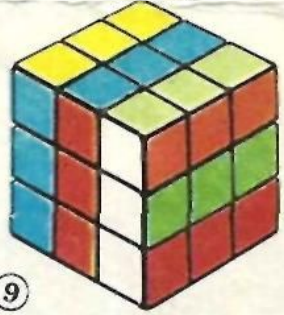
⑥ Шахматный кубик
6^{го} порядка



⑦ 6 Н



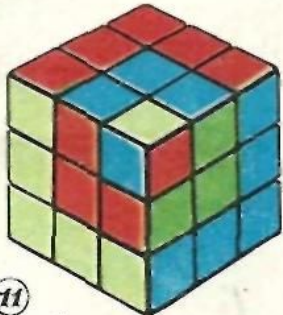
⑧ 6 линз



⑨ 6 флагов



⑩ Мезон



⑪ Тяжелый мезон
с вишнями



⑫ Глобус